

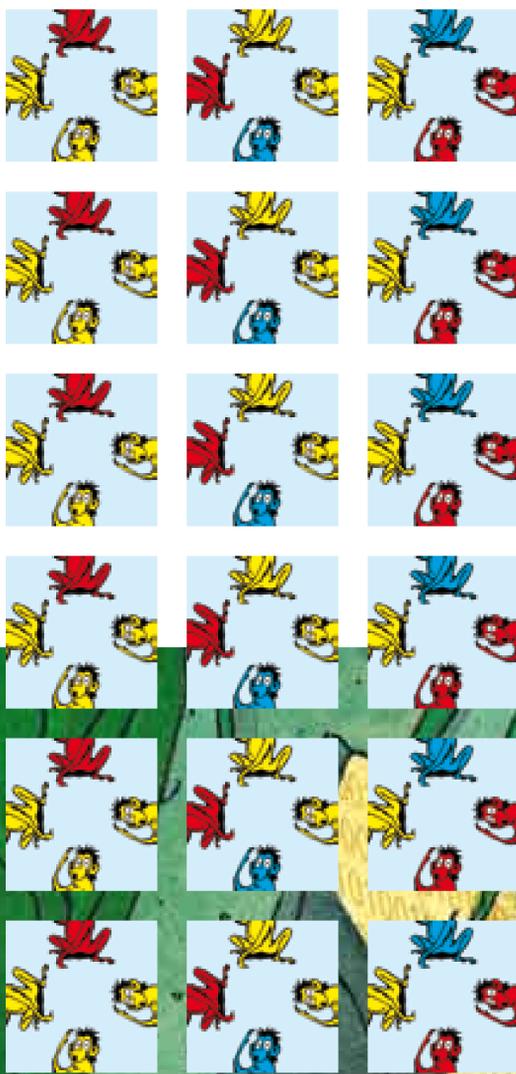
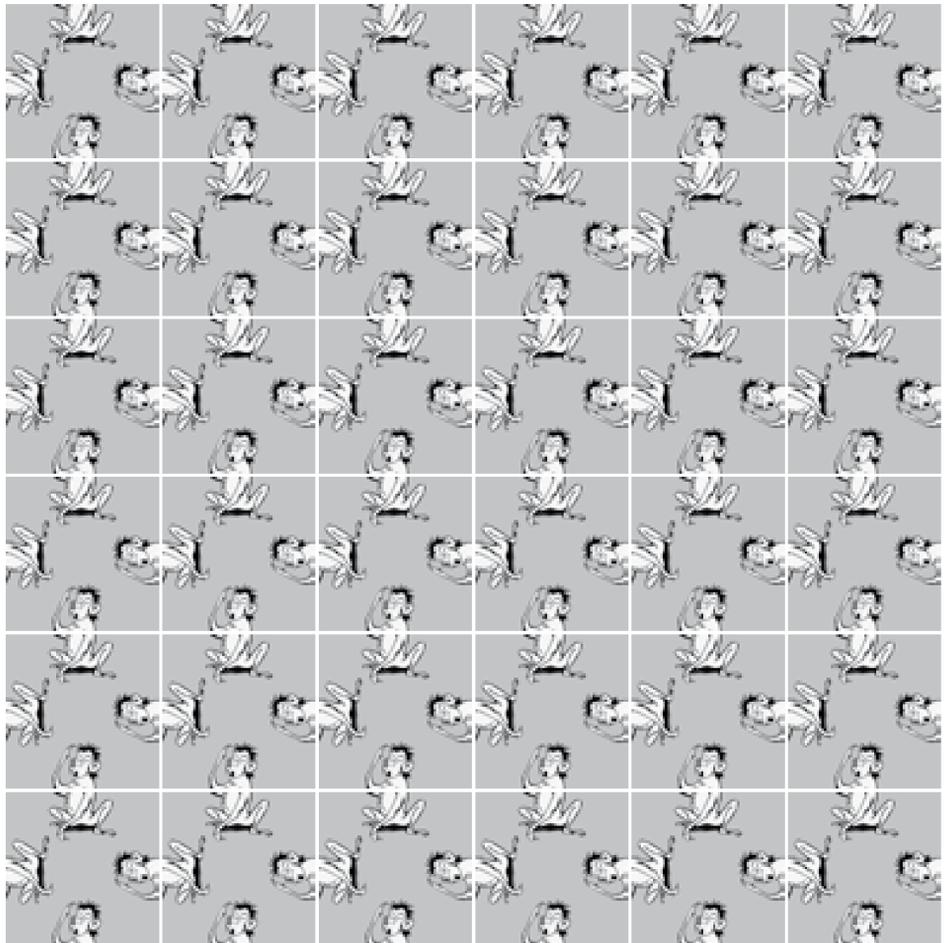


# 5 Affenpuzzle als Kachel

Sie beschließen, Ihr Bad mit dem Affenpuzzle zu kacheln. Der Hersteller kann Ihnen beliebig viele Exemplare jeder Kachel liefern. Sie müssen entscheiden, ob es möglich ist, mit einem gegebenen Satz beliebig große Flächen auszufüllen. Können Sie dies für die drei abgebildeten Affenpuzzleteile mit blauem Hintergrund ermitteln? Das 6x6-Raster rechts muß übrigens dazu nicht ganz ausgefüllt werden...



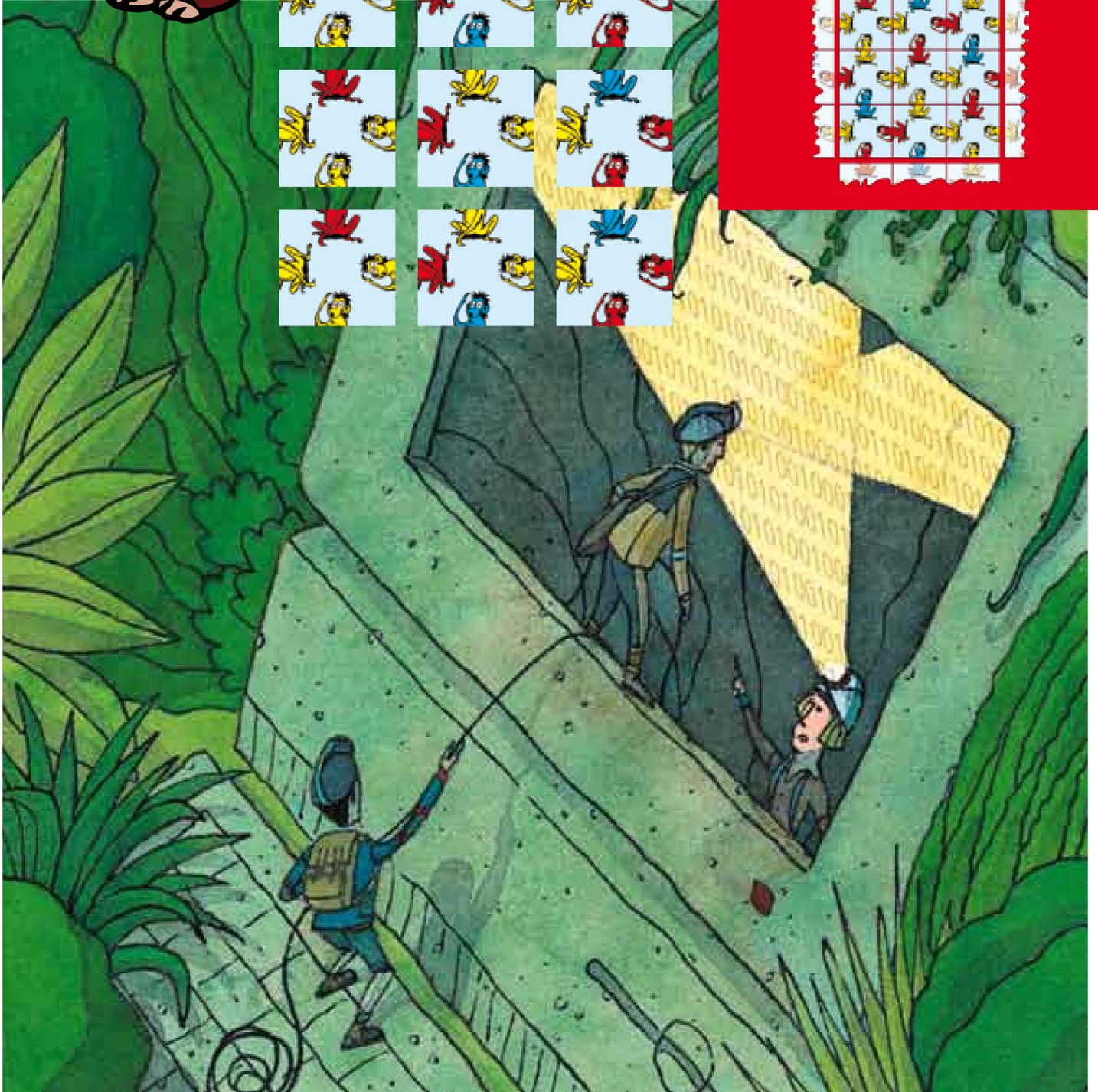
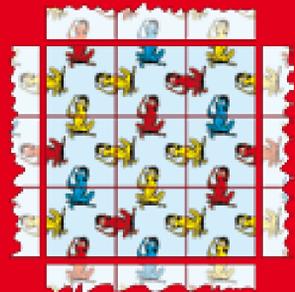
Tipp: Versuchen Sie, mit den Affen ein Rechteck zu legen, das sozusagen als „Großkachel“ beliebig oft aneinander paßt.



Bitte sortieren Sie nach dem Puzzeln die Teile wieder auf die Felder links, damit auch der nächste Besucher wieder beste Knobelbedingungen vorfindet.

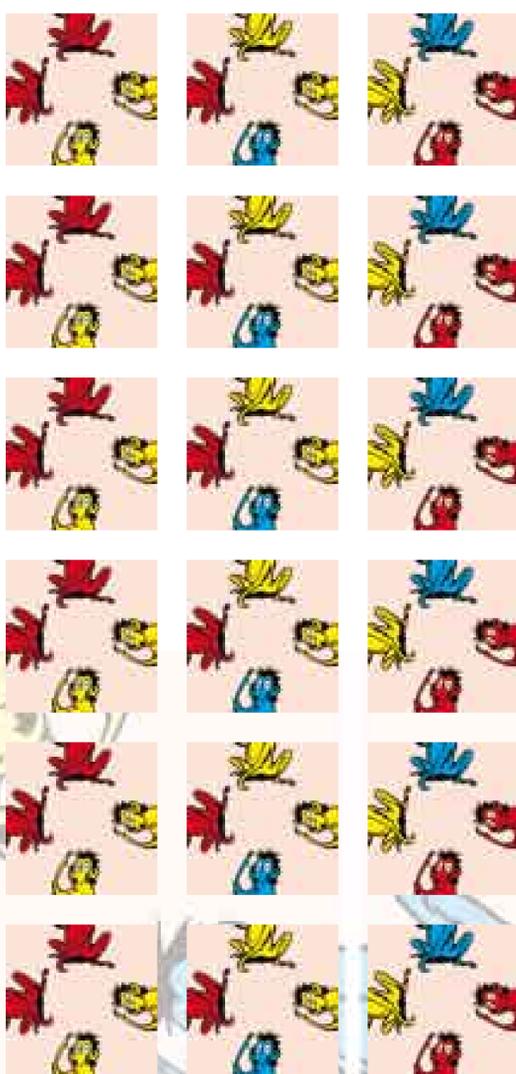
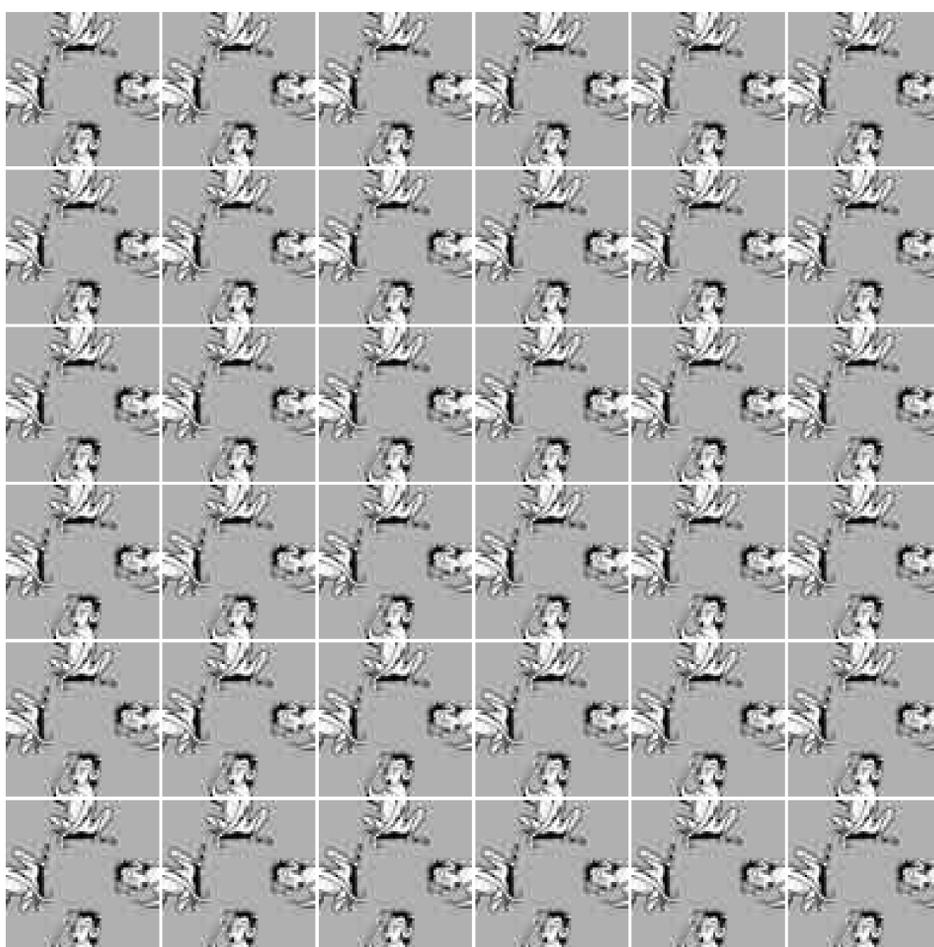


Ja - es ist möglich! Zum Nachweis legen Sie einfach folgendes 3x3-Feld. Die Anschlüsse rechts und links sowie oben und unten passen genau zueinander. Probieren Sie aus, eine große Fläche zu kacheln, bei der sich nur dieses Muster wiederholt.



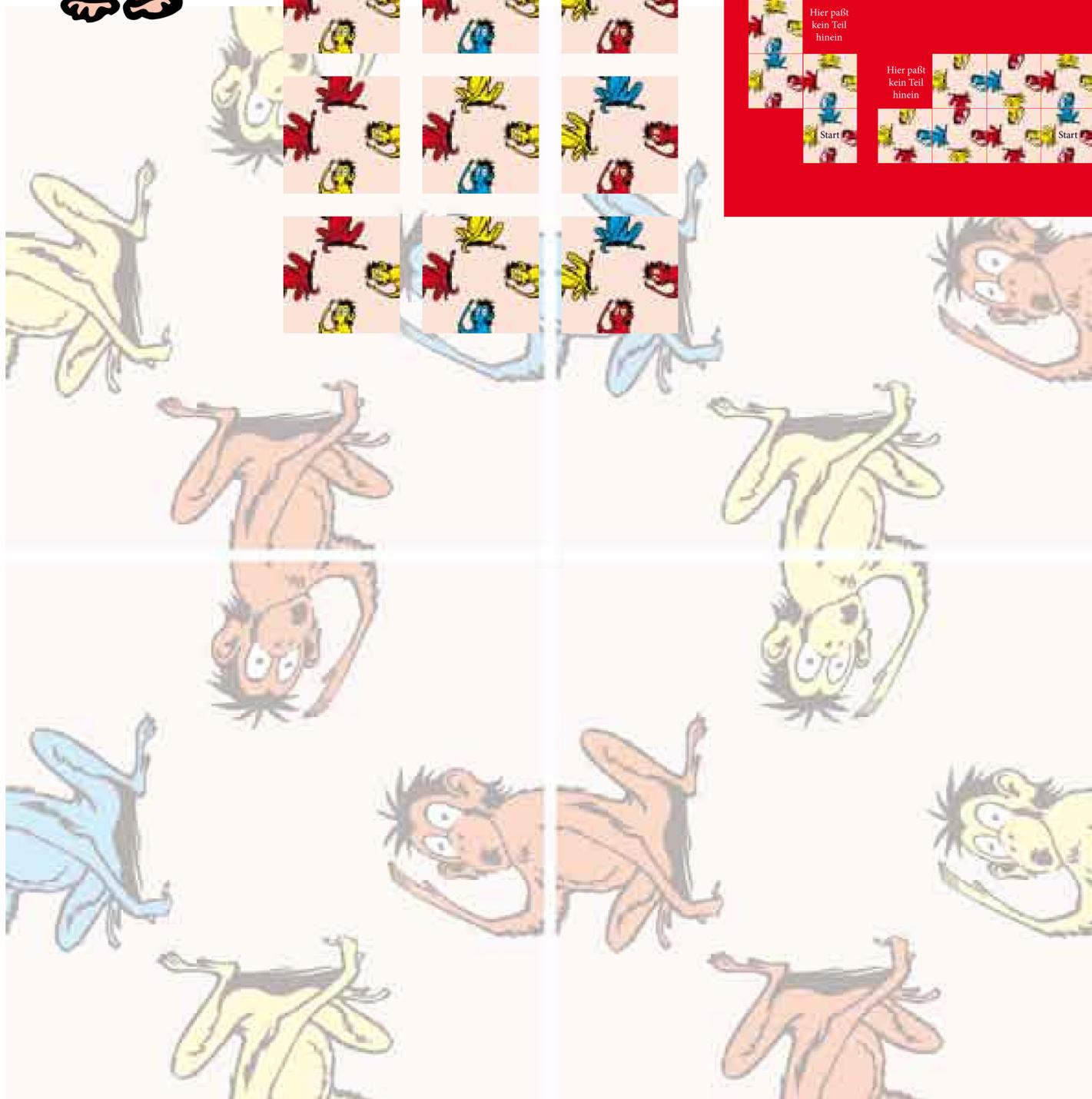
# 6 Affenpuzzle als Kachel

Die Kacheln mit blauem Hintergrund eignen sich also für das Ausfüllen beliebig große Flächen! Versuchen Sie es gleich nochmal und verwenden Sie diesmal die Kacheln mit orangem Hintergrund. Gibt es wieder ein Rechteck, das einfach aneinander gesetzt werden kann?



Bitte sortieren Sie nach dem Puzzeln die Teile wieder auf die Felder links, damit auch der nächste Besucher wieder beste Knobelbedingungen vorfindet.

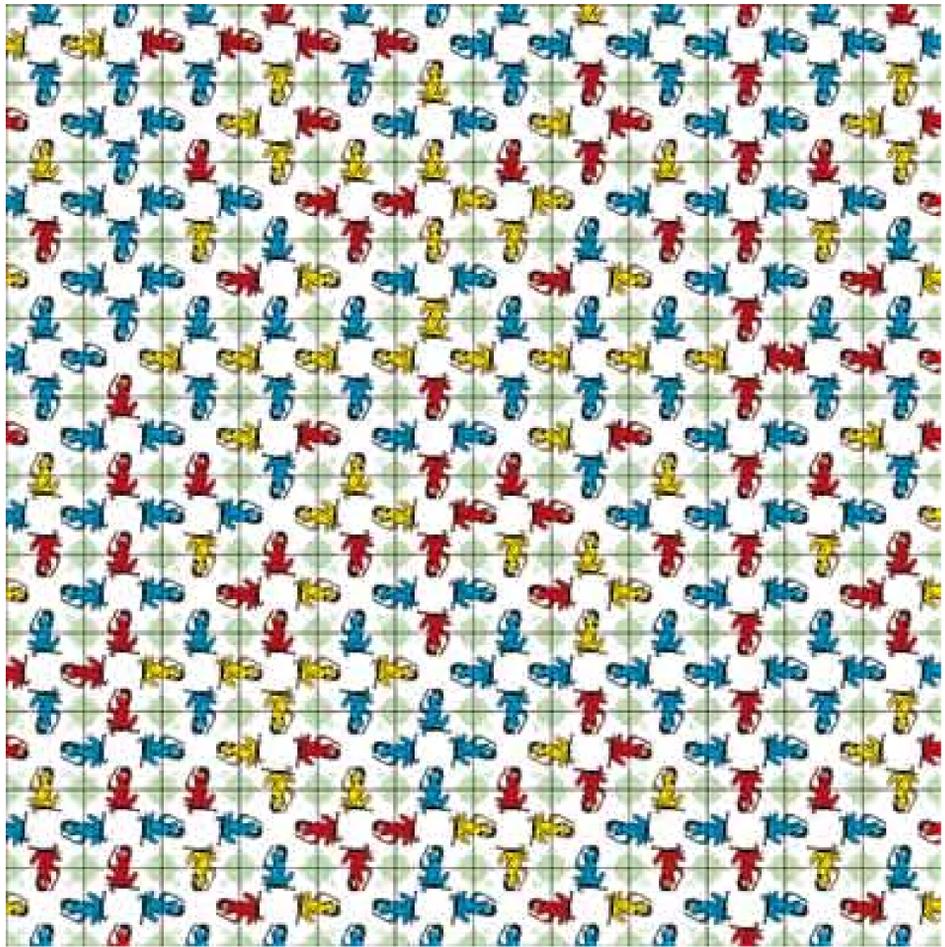
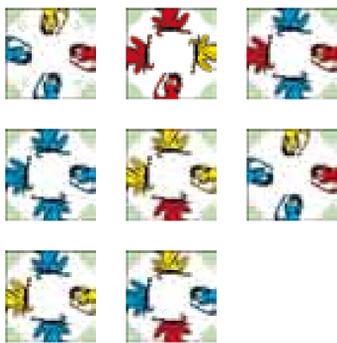
Egal, wie sie anfangen: Wenn Sie alle Legemöglichkeiten durchprobieren, stoßen Sie immer auf eine Situation, in der nichts mehr geht. Somit können wir diesen Satz an Puzzleteilen für die Verwendung als Kacheln auf jeden Fall verwerfen.



# 7 Bauen Sie das weltgrößte Affenpuzzle!

Wir haben jetzt in den vorhergehenden beiden Tafeln scheinbar die beiden möglichen Fälle erkundet:  
1. Wir können ein Quadrat legen, das oben und unten sowie rechts und links entsprechende Übergänge besitzt: Dann ist die Frage des Fliesenlegers mit „JA“ zu beantworten  
2. Wir stoßen bei allen Versuchen, die Kacheln aneinander zu legen auf einen Widerspruch: Dann ist der Satz Kacheln auf jeden Fall nicht tauglich.

Probieren Sie nun, mit den neuen Puzzleteilen eine Antwort auf das Kachelproblem zu finden: Kann man mit diesen 8 Kacheln beliebig große Flächen ausfüllen?



In jeder Ecke der Kacheln ist nun zusätzlich ein Schildkrötenteil. Beim Anlegen gibt es nun die zusätzliche Bedingung, daß jede Schildkröte genau einen Kopf besitzt. Das große Feld auf dieser Tafel zeigt eine Beispielkachelung.

Nehmen Sie die Hand als Rahmen zu Hilfe, um in diesem Beispiel und in der großen Affenpuzzlewand ein Rechteck zu finden, bei dem linke und rechte bzw. obere und untere Affenteile Anschlüsse bilden. Gibt es ein solches Rechteck?



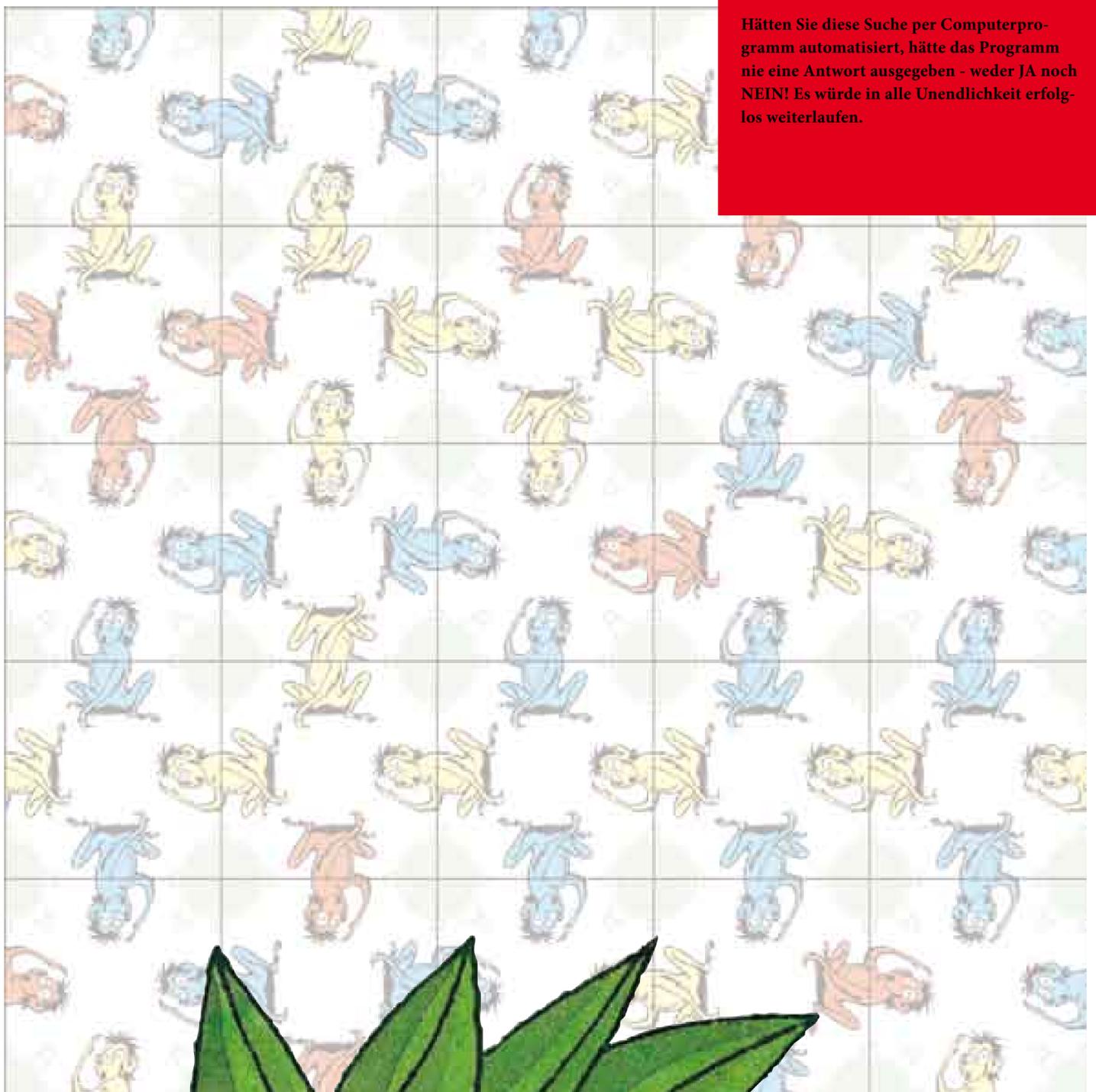
Wie groß muß ein solches Affenpuzzle werden, bevor man eine Antwort auf die oben gestellte Frage geben kann? Versuchen Sie, mit uns das weltgrößte Affenpuzzle zu legen! Am Eingang bekommen Sie Aufkleber mit Affenpuzzleteilen. Kleben Sie diese möglichst geschickt auf die vorbereitete Wand.

Bitte nichts hier auf die Tafel kleben!

Falls Sie ein Puzzleteil an einer Stelle finden, wo es nicht hingehört: Überdecken Sie es einfach!

Sie können es sich wahrscheinlich nach einigem Probieren bereits denken: Die acht Puzzleteile sind so gestaltet, daß Sie weder auf ein wiederkehrendes Muster noch auf einen Widerspruch stoßen- egal wie weit Sie noch puzzeln. Es handelt sich um eine sogenannte aperiodische Kachelung.

Hätten Sie diese Suche per Computerprogramm automatisiert, hätte das Programm nie eine Antwort ausgegeben - weder JA noch NEIN! Es würde in alle Unendlichkeit erfolglos weiterlaufen.



## 8 Das Affenpuzzle und die Informatik

### Was hat denn das mit Informatik zu tun?



Okay, wir wissen nun aus den Versuchen auf den letzten Tafeln, daß unser Programm dem Fliesenleger keine Auskunft über den letzten Satz von Fliesen gegeben hätte. Aber was ist daran so besonders? Wir haben doch schon vorher am Affenpuzzle gesehen, daß es Probleme gibt, die für den Computer einfach zu schwer sind, um in absehbarer Zeit gelöst zu werden!

### Manche Dinge sind nicht berechenbar!



Das besondere am Kachelproblem ist, daß der Computer nicht einfach nur sehr lange an einer Lösung arbeiten würde - er ist grundsätzlich nicht in der Lage, die gestellte Frage zuverlässig für alle möglichen Sätze von Kacheln zu beantworten!

Es bedurfte eines schlaun Mathematikers, Raphael M. Robinson, um auf 33 Seiten zu beweisen, daß mit den gegebenen Puzzleteilen tatsächlich beliebige Flächen kachelbar sind und daß trotzdem nie eine Folge sich wiederholender Rechtecke darin vorkommen kann.

### Wirklich nicht?



Aber dann könnten wir unserem Computer doch einfach diese Erkenntnisse einprogrammieren, er würde den aperiodischen Satz von Kacheln erkennen und die Frage daraufhin korrekt mit JA beantworten, oder?

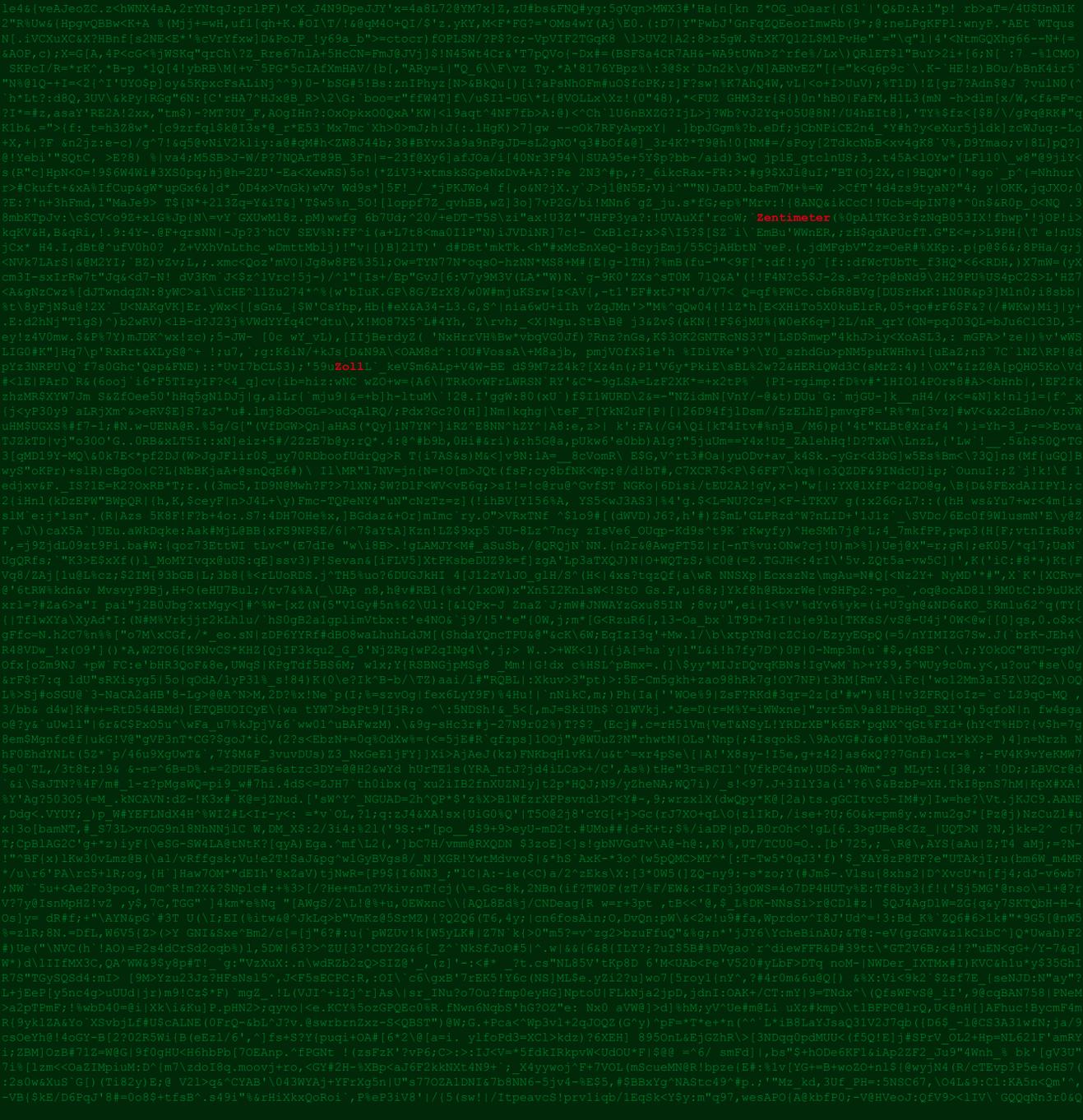
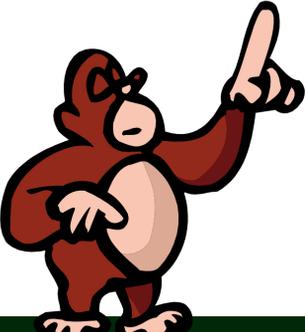
### Wirklich nicht!



Stimmt! Aber man kann mathematisch beweisen, daß es immer neue Sätze von Kacheln gibt, die noch kompliziertere Muster bilden, so daß ein Programm nicht hinter ihre Struktur kommt. Wir müssen uns einfach damit abfinden, daß ein Computer bestimmte Aufgaben nicht lösen kann und auch nie lösen können wird!



Sie erzählen mir also, daß Computer viele Aufgaben gar nicht lösen können. Einerseits, weil sie zu langsam sind und Jahrtausende Zeit beanspruchen würden und andererseits, weil sie eigenen Aufgaben aus Prinzip nicht gewachsen sind ... und das soll mich jetzt dazu ermuntern, weiter Informatik zu studieren?



### Nicht praktisch Berechenbares und nicht Berechenbares



Ein Informatiker muß wissen, daß es Fragen gibt, die prinzipiell nie allumfassend mit Software beantwortet werden können. Er kann solche Fragen identifizieren und wird sich gegebenenfalls erst gar nicht damit beschäftigen, eine Lösung per Computer zu suchen.

### Automatische Beweise

Eine dieser unbeantwortbaren Fragen betrifft die sogenannte „Verifikation“: Bei der Entwicklung komplizierter Software kommt es immer wieder zu Fehlern - mit teilweise katastrophalen Folgen.

- Die erste Ariane 5 - Rakete geriet kurz nach dem Start außer Kontrolle, weil ihre Betriebssoftware zwei Längeneinheiten verwechselt hatte.
- Eines der ersten Airbus-Flugzeuge schaltete mitten im Start die Triebwerke auf Umkehrschub und havarierte.

Es ist wichtig, solche Softwarefehler rechtzeitig zu finden. Genau das meint Verifikation: Die Überprüfung eines Programmes auf Korrektheit.

Toll wäre es nun, wenn diese Verifikation automatisch von einem Programm durchgeführt werden könnte! Da diese Aufgabe jedoch noch viel anspruchsvoller ist als zu entscheiden, ob man mit bestimmten Kacheln die Ebene füllen kann, wird die automatische Verifikation nie funktionieren!

### Erreichbare Ziele

Seit Informatiker akzeptiert haben, daß manche Aufgaben nicht mit dem Computer lösbar sind, können sie sich damit beschäftigen, erreichbare Ziele zu verfolgen:

- Wenn man schon nicht alle erdenklichen Programme auf Korrektheit überprüfen kann, dann doch wenigstens Programme, die nach einem bestimmten Schema geschrieben sind.
- Wenn man schon nicht den kompletten Beweis der Korrektheit automatisch erbringen kann, dann doch wenigstens einen großen Teil - der Rest kann dann schneller manuell erfolgen.

Es gibt also genug für Informatiker zu entdecken!